1 Simetrías del campo magnético B

Cuando usamos ecuaciones como la ley de Ampere: $\overrightarrow{\nabla} \wedge \overrightarrow{B} = \mu \overrightarrow{J}$ la forma comun de resolver este tipo de ecuaciones es usar la forma integral o introducir el potencial vector; ambos métodos se basan en que tratan de separar la mezcla de componentes y derivadas.

Para que la ley de Ampere $\int \overrightarrow{B} \bullet d\overrightarrow{l} = \mu \overrightarrow{J}$ sea útil, en el cálculo explícito del campo, es necesario algun conocimiento a priori de la geometría del campo magnetico $\overrightarrow{B}$ en función de las simetrías de las distribuciones de corriente. Primero definimos el significado matemático de algunas simetrías y después resumimos en algunos teoremas su relación con el campo magnético.

1.1 Simetrías en relación a un plano

Simetría en relación al plano yz significa:
$J_x(x, y, z) = -J_x(-x, y, z)$ $J_y(x, y, z) = J_y(-x, y, z)$ $J_z(x, y, z) = J_z(-x, y, z)$

Antisimetría en en relación al plano yz significa
$J_x(x, y, z) = J_x(-x, y, z)$ $J_y(x, y, z) = -J_y(-x, y, z)$ $J_z(x, y, z) = -J_z(-x, y, z)$

1.2 Simetrías de rotación

Simetría de rotación en torno al eje z en coordenadas cilíndricas significa:
$\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}) = J_\rho(\rho, z)\hat{\rho} + J_z(\rho, z)\hat{z}$

Antisimetría de rotación es:
$\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}) = J(\rho, z)\hat{\phi}$

1.3 Simetría de translación

La simetría de de translación significa:

$$\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}) = \overrightarrow{J}(\rho, \phi)$$

1.4 Simetrías compuestas

Simetría cilíndrica=Simetría de rotación + simetría de translación en z

Antisimetría cilíndrica=Antisimetría de rotación + simetría de translación en z

2 Teoremas de las simetrías del campo magnético

1) Simetría plana

Suponga que la distribución de corrientes es simétrica en relación a un plano y $\overrightarrow{J}$ es finita en el plano de simetría, luego $\overrightarrow{B}$ es normal al plano de simetría y antisimétrico en relación al plano.

2) Antisimetría plana

Suponga que la distribución de corrientes tiene antisimetría en relación a un plano y la corriente es finita en dicho plano, luego el campo magnético está contenido en este plano y es simétrico en relación a dicho plano. El campo magnético es nulo en la recta de intersección de dos planos de simetría. El campo magnético está contenido en la recta de intersección de dos planos de antisimetría de la distribución de corrientes.

3) Simetría de rotación

Suponga que la distribución de corrientes tiene simetría de rotación en torno a un eje o sea que $\overrightarrow{J}$ no depende de la coordenada cilíndrica ϕ. Si la distribución de corrientes es finita en el eje, el campo magnético es nulo en el eje. El campo magnético generado por una distribución de corrientes con simetría de rotación no depende de la coordenada ϕ y solo tiene componente $\overset{\wedge}{\phi}$, o sea que: $\overrightarrow{B} = B(\rho, z)\overset{\wedge}{\phi}$.

4) Antisimetría de rotación

Si la distribución de corrientes tienen antisimetría de rotación, o sea solo puede ser de la forma: $\overrightarrow{J} = J(\rho, z)\overset{\wedge}{\phi}$ El campo magnético está contenido en el eje de antisimetría, no depende del ángulo ϕ, ni tiene componente $\overset{\wedge}{\phi}$.

$\overrightarrow{B} = B_\rho(\rho, z)\overset{\wedge}{\rho} + B_z(\rho, z)\hat{z}$

5) Simetría de translación

El campo magnetico generado por una distribución de corrientes con simetría de translación no puede depender de la coordenada de la translación. El campo magnético de una distribución de corrientes uniforme en la dirección z no depende de z ni tiene componente z.

$\overrightarrow{B} = B_\rho(\rho, \phi)\overset{\wedge}{\rho} + B_\phi(\rho, \phi)\overset{\wedge}{\phi}$

6) Simetría cilíndrica

El campo magnético generado por una distribución de corrientes que tiene simetría cilíndrica solo depende de la distancia al eje y solo tiene componente $\overset{\wedge}{\phi}$

$\overrightarrow{B} = B(\rho)\overset{\wedge}{\phi}$

7) Antisimetría cilíndrica

Decimos que una distribución de corrientes tienen antisimetría cilíndrica cuando se escribe como: $\overrightarrow{J} = J(\rho)\phi$.El campo magnético de una distribución de corrientes que tiene simetría cilíndrica solo depende de la distancia al eje y solo tiene componente z.

$\overrightarrow{B} = B(\rho)\hat{z}$.