

Universidad Nacional Autónoma de Honduras

Departamento de Física

Fs-415 Sección 11-01 Dr. Gustavo A Pérez M

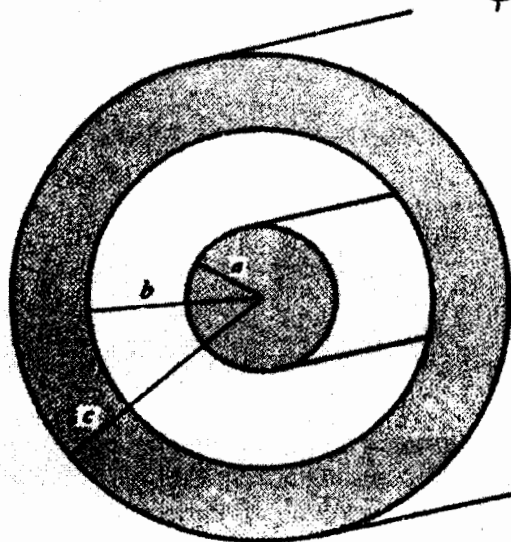
Tegucigalpa 20 de abril 2005

Nombre Gustavo A Pérez M.

Ncta Pauta.

Problema # 1 (16-13)

Encontrar \vec{A} para dos cilindros coaxiales de radio interno a y radios externos b y c con corrientes iguales y opuestas. Expresar la respuesta en función de \vec{A}_0 , el valor sobre el eje. Si fuera posible hacer $\vec{A}=0$ fuera del cilindro exterior y encontrar el valor de \vec{A}_0 correspondiente.



$$\text{Sol } \vec{A} = A_z \hat{z} = A_z(\rho) \hat{z}$$

$$\Phi = \int \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = A_z(0) \ell - A_z(\rho) \ell = \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

$$= \int B_\phi \ell d\rho'$$

$$A_z(\rho) = A_0 - \int_0^\rho B_\phi(\rho') d\rho'$$

Diferentes casos:

$$0 < \rho < a \quad B_\phi = \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi a^2}$$

$$A_z(\rho) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \int_0^\rho \rho' d\rho' = A_0 - \frac{\mu_0 I \rho^2}{4\pi a^2}$$

Figura 6-12
coaxiales.

Solución:

$$a < \rho < b \quad B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} \quad A_z(\rho) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{4\pi} - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right)$$

$$b < \rho < c \quad B_\phi = \frac{\mu_0 I (c^2 - \rho^2)}{2\pi (c^2 - b^2) \rho}$$

$$A_z(\rho) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{4\pi} - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right) - \frac{\mu_0 I c^2}{2\pi (c^2 - b^2)} \ln\left(\frac{\rho}{b}\right) + \frac{\mu_0 I (\rho^2 - b^2)}{4\pi (c^2 - b^2)}$$

$$\rho > c \quad B_\phi = 0 \quad A_z = \text{cte } \vec{A} \rightarrow 0$$

$$A_z(c) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) - \frac{c^2}{(c^2 - b^2)} \ln\left(\frac{c}{b}\right) \right] = 0$$

Problema # 2 (17-19)

Las dos corrientes antiparalelas infinitamente largas y el rectángulo de la figura están en el mismo plano. Los lados de longitud b son paralelos a la dirección de la corriente. Encontrar la inductancia mutua entre el circuito de las corrientes opuestas y el rectángulo.

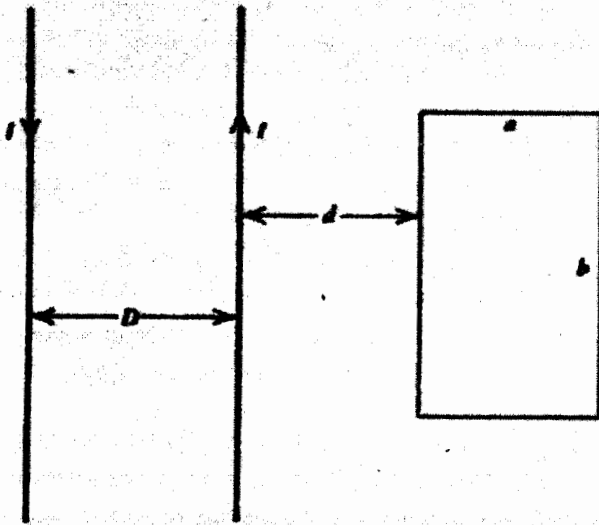


Figura 17-17 Las corrientes y el rectángulo del ejercicio 17-19

Solución: Para una línea $M_x = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{a+d}{d} \right)$
 para la otra línea

$$M_D = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{a+d+D}{d+D} \right)$$

Sumando

$$M_T = M_d + M_D = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \text{Log} \left\{ \frac{(a+d)(d+D)}{d(a+d+D)} \right\}$$

para una línea

$$\phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{d+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{d+a}{d} \right)$$

Universidad Nacional Autónoma de Honduras

Departamento de Física

Fs-415 sección 11-01 Dr. Gustavo A. Pérez M.

Nombre Gustavo A. Pérez M

Ncta Pauta.

Problema # 1 (16-2)

Encuentre el potencial vector de un solenoide infinito de n vueltas por unidad de longitud, radio R y corriente I.

Problema # 2 (16-10)

Encontrar el \vec{A} producido en cualquier punto del eje por una corriente en el arco circular que se muestra en la figura. ¿Por qué este resultado no daría el valor correcto de B que se encontró en el ejercicio 14-7?

#2. ob El resultado de 14-7 es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi(a^2+z^2)^{3/2}} (z \sin \alpha \hat{x} + a \alpha \hat{z})$$

Para encontrar \vec{A} usamos 16-10

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I d\vec{s}}{R}$$

$d\vec{s} = a d\varphi \hat{\varphi}$, $\vec{r} = (0, 0, z)$, $\vec{r}' = (a, 0, 0)$
 en coordenadas cilíndricas
 $\vec{r} = z \hat{z}$, $\vec{r}' = a \hat{\rho}$, $R = (a^2 + z^2)^{1/2}$

Figura 14-9.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 a I}{4\pi} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{d\varphi \hat{\varphi}}{\sqrt{a^2+z^2}}$$

pasando a cartesianas
 $\hat{\varphi} = -\sin \varphi \hat{x} + \cos \varphi \hat{y}$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi \sqrt{a^2+z^2}} \left\{ \cos \varphi \hat{x} + \sin \varphi \hat{y} \right\}_{-\alpha/2}^{\alpha/2}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I a \sin \alpha}{2\pi \sqrt{a^2+z^2}} \hat{y}$$

Como solo conocemos $A(0,0,z)$ no podemos

derivar, $\frac{\partial A}{\partial x}$, $\frac{\partial A}{\partial y}$ y no podemos calcular el rotacional pero como $\vec{A} = A \hat{y}$

$$B_x = -\frac{\partial A_y}{\partial z} \text{ si se verifica.}$$

#1 Usado como ejemplo
 en círculo
 $0 < \rho < R$

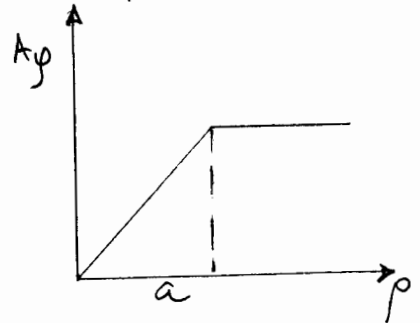
$$2\pi \rho A_\varphi = \phi = \pi \rho^2 \mu_0 I n$$

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 \pi n}{2} \rho$$

$$\rho > R$$

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 \pi n a}{2}$$

Vea problema 16-2



Problema # 3 (17-15)

Un disco conductor muy delgado de radio a y conductividad σ descansa sobre el plano xy con su centro en el origen. Una inducción espacialmente uniforme se encuentra presente y está dada por $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t + \alpha) \hat{z}$. Encontrar la densidad de corriente inducida J_r producida en el disco.

Sol. La corriente va en la dirección $\hat{\phi}$, $\vec{J} = j \hat{\phi}$.

Como $\phi = B_0 \cos(\omega t + \alpha) \pi a^2$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = \omega B_0 \sin(\omega t + \alpha) \pi a^2$$

por la ley de ohm $\vec{J} = \sigma \vec{E} = \frac{\sigma \mathcal{E}}{l} = \frac{\sigma \omega B_0 \sin(\omega t + \alpha) \pi r^2}{2\pi r}$

$$j = \frac{\sigma \omega r B_0 \sin(\omega t + \alpha)}{2}$$

otra forma $\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$
 $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_r) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ Integrando y dividiendo
 $j = \sigma E = \frac{\sigma \omega r B_0 \sin(\omega t + \alpha)}{2}$.

Problema #4 (pag 195 z hao)

Dos conductores infinitos llevan corriente I en direcciones opuestas. Son paralelos y están separados por una distancia $2a$. Un anillo circular conductor de radio a está en el plano, paralelo, a los conductores y aislado de ellos. Encuentre el coeficiente de inductancia mutua entre el anillo y los dos conductores rectos.

Sol $\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a-r} \right) \hat{\theta}$ el flujo magnetico es
 $\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2 \int_0^a B(r) 2y dr$

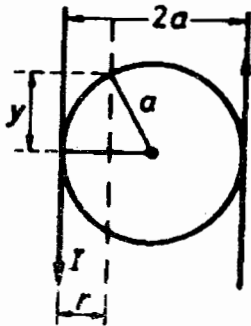


Fig. 2.31

$$\phi = 2 \int_0^a \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2a-r} \right) \cdot 2 \sqrt{a^2 - (a-r)^2} dr$$

Sea $x = a - r$

$$\phi = 2 \int_0^a \frac{\mu_0 I}{\pi} \left(\frac{1}{a-x} + \frac{1}{a+x} \right) \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$\phi = 4 \frac{\mu_0 I a}{\pi} \text{ArcSin} \frac{x}{a} \Big|_0^a = 2 \mu_0 I a$$

$$M = \frac{\phi}{I} = 2 \mu_0 a. \text{ la inductancia mutua}$$