Universidad Nacional Autónoma de Honduras

Departamento de Física

Fs-415 Sección 11-01 Dr. Gustavo A Pérez M

Tegucigalpa 20 de abril 2005

Nombre Gustavo A Pérez M.

Ncta Pauta.

Problema # 1(16-13)

Encontrar $\vec{A}$ para dos cilindros coaxiales de radio interno a y radios externos b y c con corrientes iguales y opuestas. Expresar la respuesta en función de $\vec{A}_0$, el valor sobre el eje. Si fuera posible hacer $\vec{A}$=0 fuera del cilindro exterior y encontrar el valor de $\vec{A}_0$ correspondiente.

Sol $\vec{A} = A_z\hat{z} = A_z(\rho)\hat{z}$

$$\Phi = \int \vec{A}\cdot d\vec{l} = A_z(0)\,l - A_z(\rho)\,l = \int \vec{B}\cdot d\vec{a}$$

$$= \int B_\varphi\, l\, d\rho'$$

$$A_z(\rho) = A_0 - \int_0^\rho B_\varphi(\rho')\,d\rho'$$

diferentes casos

$0<\rho<a \qquad B_\varphi = \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi a^2}$

$$A_z(\rho) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\int_0^\rho \rho'\,d\rho' = A_0 - \frac{\mu_0 I \rho^2}{4\pi a^2}$$

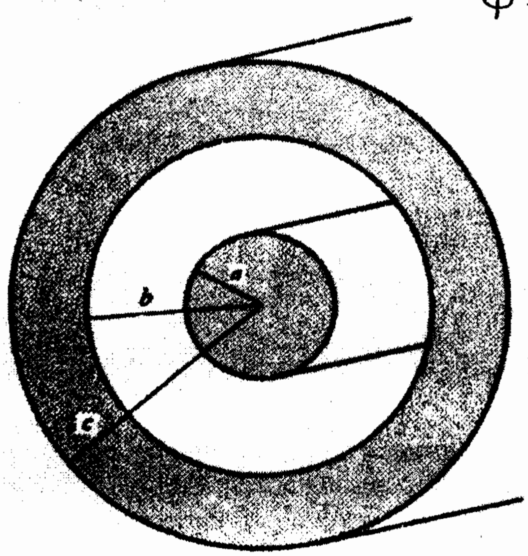


Figura 6-12
coaxiales.

Solución:

$a<\rho<b \qquad B_\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \qquad A_z(\rho) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{4\pi} - \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{\rho}{a}\right)$

$b<\rho<c \qquad B_\varphi = \frac{\mu_0 I (c^2-\rho^2)}{2\pi(c^2-b^2)\,\rho}$

$$A_z(\rho) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{4\pi} - \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln(b/a) - \frac{\mu_0 I c^2}{2\pi(c^2-b^2)}\ln\left(\frac{\rho}{b}\right) + \frac{\mu_0 I(\rho^2-b^2)}{4\pi(c^2-b^2)}$$

$\rho>c \qquad B_\rho = 0 \qquad A_z = \text{cte si} \to 0$

$$A_z(c) = A_0 - \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) - \frac{c^2}{(c^2-b^2)}\ln\left(\frac{c}{b}\right)\right] = 0$$

Problema # 2(17-19)

Las dos corrientes antiparalelas infinitamente largas y el rectángulo de la figura están en el mismo plano. Los lados de longitud b son paralelos a la dirección de la corriente. Encontrar la inductancia mutua entre el circuito de las corrientes opuestas y el rectángulo.

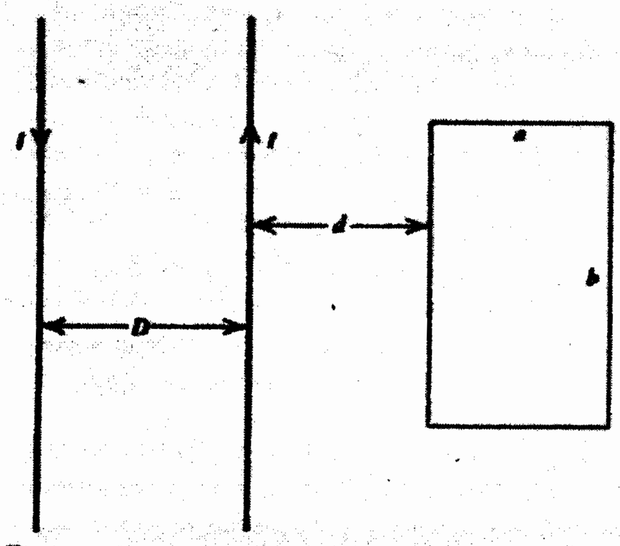


Figura 17-17 Las corrientes y el rectángulo del ejercicio 17-19

Solución: para una línea $M_d = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \mathrm{Log}\left(\frac{a+d}{d}\right)$

para la otra línea

$$M_D = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \mathrm{Log}\left(\frac{a+d+D}{d+D}\right)$$

Sumando

$$M_T = M_d + M_D = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \mathrm{Log}\left\{\frac{(a+d)(d+D)}{d(a+d+D)}\right\}$$

para una línea

$$\phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \mathrm{Log}\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

Universidad Nacional Autónoma de Honduras

Departamento de Física

Fs-415 sección 11-01 Dr. Gustavo A. Pérez M.

Nombre Gustavo A. Pérez M

Ncta Pauta.-

Problema # 1 (16-2)

Encuentre el potencial vector de un solenoide infinito de n vueltas por unidad de longitud, radio R y corriente I.

Problema # 2 (16-10)

Encontrar el $\vec{A}$ producido en cualquier punto del eje por una corriente en el arco circular que se muestra en la figura. ¿Por qué este resultado no daría el valor correcto de B que se encontró en el ejercicio 14-7?

#2. El resultado de 14-7 es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi (a^2+z^2)^{3/2}} \left(z \operatorname{sen}\alpha\, \hat{x} + a\alpha\, \hat{z}\right)$$

Para encontrar $\vec{A}$ usamos 16-10

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_C \frac{I\, d\vec{s}}{R}$$

$d\vec{s} = a\, d\varphi\, \hat{\varphi}$, $\vec{r} = (0,0,z)$, $\vec{r}\,' = (a,0,0)$

en coordenadas cilíndricas

$\vec{r} = z\hat{z}$, $\vec{r}\,' = a\hat{\rho}$, $R = (a^2+z^2)^{1/2}$

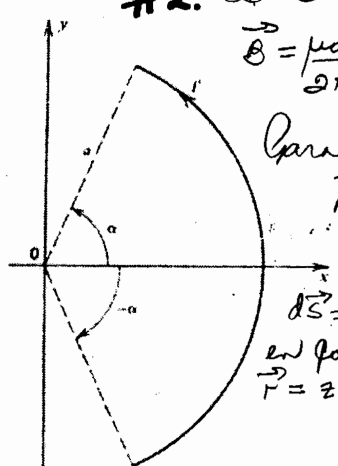


Figura 14-9.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 a I}{4\pi}\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{d\varphi\, \hat{\varphi}}{\sqrt{a^2+z^2}}$$ pasando a cartesianas $\hat{\varphi} = -\operatorname{sen}\varphi\, \hat{x} + \cos\varphi\, \hat{y}$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi\sqrt{a^2+z^2}} \left\{\cos\varphi\, \hat{x} + \operatorname{sen}\varphi\, \hat{y}\right\}_{-\alpha}^{\alpha}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I a \operatorname{sen}\alpha\, \hat{y}}{2\pi\sqrt{a^2+z^2}}$$

Como solo conocemos $A(0,0,z)$ no podemos derivar, $\frac{\partial A}{\partial x}$, $\frac{\partial A}{\partial y}$ y no podemos calcular el rotacional pero como $\vec{A} = A\hat{y}$

$B_x = -\frac{\partial A_y}{\partial z}$ si se verifica.-

#1 Usando como camino un círculo

$0 < \rho < R$

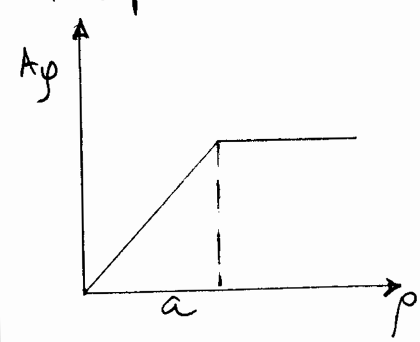
$$2\pi\rho A_\varphi = \phi = \pi\rho^2\mu_0 I n$$

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 \pi n}{2}\rho$$

$\rho > R$

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 \pi n}{2} a$$

Vea problema 16-2



Problema # 3 (17 - 15)

Un disco conductor muy delgado de radio a y conductividad σ descansa sobre el plano xy con su centro en el origen. Una inducción espacialmente uniforme se encuentra presente y está dada por $\vec{B}=B_0\cos(\omega t+\alpha)\hat{z}$. Encontrar la densidad de corriente inducida J_f producida en el disco.

Sol La corriente va en la direccion $\hat{\varphi}$, $\vec{J}=j\hat{\varphi}$.

Como

$$\phi = B_0 \cos(\omega t+\alpha)\pi a^2$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = \omega B_0 \operatorname{Sen}(\omega t+\alpha)\pi a^2$$

por la ley de ohm $\vec{j}=\sigma\vec{E} = \frac{\sigma \mathcal{E}}{l} = \frac{\sigma\omega B_0 \operatorname{Sen}(\omega t+\alpha)\pi\rho^2}{2\pi\rho}$

$$j = \frac{\sigma\omega\rho B_0 \operatorname{Sen}(\omega t+\alpha)}{2}$$

otra forma $\nabla\wedge\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, $\vec{J}=\sigma\vec{E}$

$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho E_\rho) = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ Integrando y dividiendo

$$j=\sigma E = \frac{\sigma\omega\rho B_0 \operatorname{Sen}(\omega t+\alpha)}{2}.$$

Problema #4 (pag 195 Zhao)

Dos conductores infinitos llevan corriente I en direcciones opuestas. Son paralelos y están separados por una distancia 2a. Un anillo circular conductor de radio a está en el plano, paralelo, a los conductores y aislado de ellos.Encuentre el coeficiente de inductancia mutua entre el anillo y los dos conductores rectos.

Sol $\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a-r}\right)\hat{\theta}$ el flujo magnetico es

$$\phi = \int\vec{B}\cdot d\vec{s} = 2\int_0^a B(r)\, 2y\, dr$$

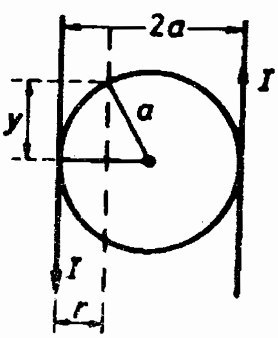


Fig. 2.31

$$\phi = 2\int_0^a \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2a-r}\right)\cdot 2\sqrt{a^2-(a-r)^2}\, dr$$

Sea $x = a-r$

$$\phi = 2\int_0^a \frac{\mu_0 I}{\pi}\left(\frac{1}{a-x} + \frac{1}{a+x}\right)\sqrt{a^2-x^2}\, dx$$

$$\phi = \frac{4\mu_0 I a}{\pi} \operatorname{ArcSin}\frac{x}{a}\Big|_0^a = 2\mu_0 I a$$

$M = \frac{\phi}{I} = 2\mu_0 a$. la inductancia mutua